

Technická univerzita v Liberci

Fakulta mechatroniky, informatiky a
mezioborových studií

DISERTAČNÍ PRÁCE

Časově-frekvenční analýza
nestacionárních signálů

2009

Jiří MAREŠ

Technická univerzita v Liberci

Fakulta mechatroniky, informatiky a mezioborových
studií

Časově-frekvenční analýza nestacionárních signálů

Time-Frequency analysis of nonstationary signals

Ing. Jiří MAREŠ

Studijní program: P 2612 Elektrotechnika a informatika

Studijní obor: 2612V045 Technická kybernetika

Pracoviště: Ústav řízení systémů a spolehlivosti
Fakulta mechatroniky, informatiky a mezioborových
studií
Technická univerzita v Liberci
Studentská 2, 461 17 LIBEREC 1

Školitel: Doc. Ing. Ivan JAKSCH, CSc.

Abstrakt

K analýze nestacionárních signálů lze přistupovat z mnoha úhlů. V kontextu této práce se jedná o zkoumání signálů z pohledu časově-frekvenční dekompozice, která představuje jeden ze základních a univerzálních nástrojů aplikované technické diagnostiky. Cílem práce je pro tyto případy odvodit nejpraktičtější formy časově-frekvenčních analýz, které by bylo navíc možné implementovat do samostatné aplikace.

Zvukové nebo vibrační odezvy rozběhových jevů jsou zástupcem nestacionarit původem z rotačních strojů. Testů postavených na rozbězích se také často používá k rychlému vyšetřování provozních tvarů kmitů. Ideální je použití řádové analýzy nebo metod adaptivní filtrace pracujících ve spojení s údajem tacho signálu. V této práci je navržena alternativní metoda adaptivní STFT užívající Gaussovo okno, jenž díky sledováním dominantní složky odezvy nutnost používání tacho signálu obchází.

Impulsní jevy, jak v našem případě nazýváme hlukové přechodové odezvy původem z necyklických projevů mechanismů, jsou druhým vybraným příkladem. Zde je nejvíce kritickým parametrem krátké trvání impulsního jevu, indukující velké požadavky na časové rozlišení vybrané metody analýzy. Jak práce dokazuje, jsou v těchto aplikacích nejvhodnější nástroje založené na wavelet transformaci a nebo varianty Wigner-Ville distribuce. Oběma je zde věnován nemalý prostor. Nově jsou předvedeny varianty časově-frekvenčních metod kombinujících současně wavelet i Wigner-Ville dekompozici, jenž jsou vhodné pro offline analýzu signálu ze záznamu.

Platformu pro fungování jmenovaných analýz v reálném nasazení poskytuje PC aplikace nazvaná „JTFAToolbox“. Tento program je nosným výstupem k probírané problematice časově-frekvenční analýzy. Modulární struktura programu umožňuje na společné kostře vedle sebe realizovat všechny časově-frekvenční metody společně se systémy zdrojů dat, pre-procesu, post-procesu, vizualizace. Stávající implementace zahrnuje jak výše jmenované metody tak klasické nástroje časově-frekvenční analýzy jako je STFT a CPB. Zásadní je, že v závislosti na hardwarovém výkonu, dovoluje real-time paralelní běh několika analýz současně.

Klíčová slova: časově-frekvenční analýza, časově-frekvenční rozlišení, wavelet transformace, Wigner-Ville distribuce, impulsní hluk, rozběhová analýza

Abstract

We can approach from many sides to analysis of nonstationary signals. In context of this thesis we consider studying by mean of time-frequency decomposition which poses one of main fundamental tools of technical diagnostics. The aim of this work is to deduce the most practical forms of time-frequency methods suitable for implementation in stand alone application too.

Run-up sound or vibrations responses are example of nonstationary signals originally from rotary machines. Diagnostic run-up tests are very helpful in inspection of operational deflection shapes. Also in this cases the time-frequency precision is a most essential issue. Use of order analysis or adaptive filtering scheme is ideal solution. This work is proposing new adaptive technique Gaussian-windowed STFT bypassing need of tacho signal measurement in previously mentioned methods. It is possible due to continuous tracing of dominant harmonics in spectra evolution.

Impulsion noises, how we called nonstationary transient responses from noncyclic mechanisms, are second choose example. The most critical parameter here is a short duration of impulse process. This induces strict demands on time resolution of applied methods. This works shows that it is a wavelet transformation and Wigner-Ville distribution and theirs variety which producing the most suitable results. All of these methods are well elaborated here. New version of time-frequency method combined wavelet and Wigner-Ville distribution at once are presented too. These special forms are applicable at offline analysis from records.

The unified platform for running time-frequency analysis in real situation provides PC application called „JTFAToolbox“. This software is dominant practical output of this thesis. Modular structure of JTFAToolbox is a key feature allowed us create all measurement components – data acquisition, pre-process, post-process, visualization – on single unique framework. Current program implementation includes all mentioned methods as well as classical tools represented by STFT and CPB. In dependence on hardware performance the JTFAToolbox allows concurrent computation of several analysis in real-time.

Keywords: time-frequency analysis, time-frequency resolution, wavelet transformation, Wigner-Ville distribution, impulse noise, run-up analysis

Obsah

1	Analýza nestacionárních jevů.....	5
1.1	Úvod, motivace a cíle.....	5
2	Speciální metody JTFA.....	7
2.1	Adaptivní Gaussova STFT.....	8
2.1.1	Vlastnosti Gaussova okna.....	8
2.1.2	Princip adaptivnosti.....	9
2.1.3	Rozběhová analýza.....	11
2.2	Real-time diskrétní Pseudo-WVD.....	12
2.2.1	Motivace.....	13
2.2.2	Optimalizace výpočtu.....	13
2.2.3	Vlastnosti.....	15
2.3	Real-time diskrétní Wavelet transformace.....	16
2.3.1	Algoritmus DWT.....	20
2.3.2	Kompenzace skupinového zpoždění.....	21
2.3.3	Příklady aplikace.....	22
2.4	Wigner-Ville série.....	22
2.4.1	Časové a frekvenční řezy jako WVD série.....	23
2.4.2	Vylepšení JTFA obrazu.....	26
2.4.3	Použitelnost.....	28
3	Závěr.....	29

1 Analýza nestacionárních jevů

1.1 Úvod, motivace a cíle

Škála případů nestacionárních jevů je o mnoho širší a komplexnější než rodina případů stacionárních. Nezávisle na detailním rozboru terminologie budeme dopředu tvrdit, že stacionární jevy jsou speciálním případem obecnější množiny jevů nestacionárních.

Z pohledu frekvenční analýzy signálů považujeme v tomto textu za klasické metody Fourierovu transformaci a její diskretizované odnože ve formě DFT a FFT analýzy, Tůma [13], plus metody CPB analýzy, Randall [4]. Oba jmenované zástupce známe hlavně jako prostředky vyšetřování stacionárních jevů, kdy se naopak snažíme fluktuace charakteristických parametrů v rámci jednotlivých časových realizací eliminovat, například i prostřednictvím průměrování frekvenčních komponent – viz. problematika odhadování spekter, Randall [4], Uhlíř, Sovka [12]. Je nicméně běžnou praxí, že se klasických analýz použije i pro vyšetřování vlastností nestacionárních jevů. Zde nás pak nezajímá globální charakter signálu, čili celkové výkonové spektrum, ale vývoj frekvencí a amplitud v závislosti na čase – spektrogram, Qian, Chen [3].

Popsaný postup úpravy klasických metod je použitelný a také velmi používaný, nicméně není vzhledem k původnímu účelu přirozeným prostředkem JTFA. Tím je především Wigner-Vile distribuce, Cohen [15], a v posledních letech oblíbená Waveletová transformace, Strang, Nguyen [2]. Rozbor těchto metod, v kontextu aplikací a podobností s klasickými metodami, bude centrální částí teoretické statí této práce.

Vyjmenované metody jsou již zažitými časově-frekvenčními analýzami. Klasickou STFT nalezneme i v průmyslových analyzátoch, Wavelet ani Wigner-Vile distribuce však do této oblasti neprorazily. Zčásti to může být odlišnou metodikou výpočtu (a s tím spojenou jinou interpretací výsledků, na kterou není technická veřejnost v aplikacích zvyklá), zčásti proto, že zavedené postupy jsou pro většinu existujících problematik naprosto vyhovující.

V dalších úvahách se omezíme na specifický obor – technickou diagnostiku vibrací a hluku, neboť tento segment je naprosto typický pro

používání frekvenčních a JTFA metod. Nestacionární projevy, s kterými se zde vypořádáváme, se týkají hlavně diagnostiky strojů a jevů pracujících necyklicky, impulsně nebo rozběhů a zastavení strojů rotačních. Ty budou našim centrem zájmu.

JTFA metodiky jsou velmi dynamickým oborem, kde se neustále daří objevovat jak nové postupy, tak nová pole aplikací. Co si disertační práce za cíl nedává, je kompletní zmapování a popis všech existujících variant JTFA. Tato rešeršní činnost stojí nicméně v pozadí teoretických závěrů a řešení zde podaných. Práce chce směřovat do průzkumu a vývoje JTFA pro speciální účely, které jsme vytypovali podle požadavků aplikované analýzy signálu v oboru technické diagnostiky. Jak už bylo naznačeno, jsou velmi zajímavými problémy analýza přeladovaných a impulsních vibro-akustických signálů.

Takto profilovaný záběr nám umožnil vyfiltrovat z plejády časově-frekvenčních analýz kandidáty nejpraktičtějších přístupů, které jsme přizpůsobili těmto konkrétním účelům. Teoretická s'at reviduje obecné principy, které nejsou z pohledu autora zcela triviální, a na něž následně navazuje mnohem konkrétnější pasáž speciálních metod. Stálým tématem úvodních popisných kapitol je vztah mezi možnostmi časové a frekvenční lokalizace jevů v signálu. U lineárních metod vycházíme z elementárních principů frekvenční analýzy, Smith [11], a digitální filtrace, Davídek, Laipert, Vlček [1], obě metody pak rozvineme i do rozměru časově-frekvenčního.

Praktické aplikační cíle, ke kterým má práce vyústit, se odvíjejí od speciálních forem JTFA vyvinutých s proklamovaným úmyslem vylepšit stávajících metodiku analýzy rychlých rozběhů a impulsních měření. Ukážeme, že navržené algoritmy zasahují širší rámec případů, a že již jednou vypracované funkce mohou být nasazeny opakovaně i jinak. Porovnání jednotlivých přístupů provedeme na příkladech získaných měření z reálných dějů. Stěžejními budou záznamy vibrací a hluku z rozjezdových měření na motorových vozidlech a původní rázové hlukové odezvy zavírání bočních a zavazadlových dveří osobního automobilu. Volba právě těchto případů nestacionárních jevů není samoúčelná, ale reflektuje požadavky odborníků, tak jak je autor zaznamenal a jak mu byly předloženy při jeho několikaměsíčním praktikantském působení v Akustické zkušebně Škoda Auto Mladá Boleslav.

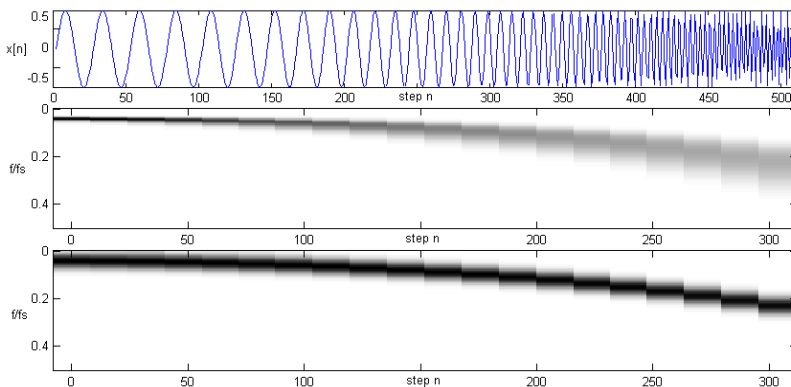
Veškerá autorská práce ve finále ústí v realizaci kompaktního

programu tvořícího platformu pro jednotlivé JTFA analýzy. Šíře této aplikace, dále nazývané „JTFAToolbox“, pokrývá celý rámec kroků pro komplexní měření – akvizice vzorků, předzpracování, analýza, postzpracování, vizualizace, uložení – vše se zohledněním interaktivní obsluhy a real-time výstupu. Celý software je realizován objektové v C++, grafické rozhraní je vytvořeno za pomoci prostředí Borland Builder 6.

2 Speciální metody JTFA

2.1 Adaptivní Gaussova STFT

Gaussovo okno se od jiných STFT oken dosti liší. Ne nepodstatný je fakt nejmenší plochy $\Delta_t \Delta_f$. Zásadní vlastností je možnost parametrizace rozlišení pomocí σ .

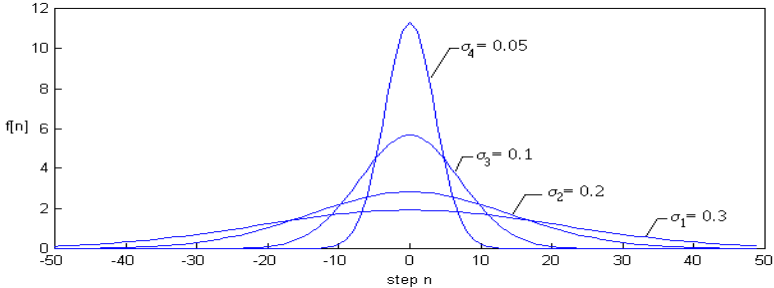


Obr. 2.1 STFT přeladované harmonické $x[n]$ s různou šířkou okna

První ze spektrogramů odpovídá STFT s typickým Hanningovým oknem s 256 body, druhý graf je výsledkem analýzy stejného typu, ale pouze o 64 bodech. Obě STFT jsou příkladem jednostranného přizpůsobení vlastností analýzy na jiný požadavek. První nastavení volíme, pokud chceme v průběhu přesně měřit pomalu se měnící přechody nebo ustálené děje, druhý naopak nejlépe poslouží u skokových nebo velmi rychlých změn. Pro konvenční STFT a kombinované nebo nestacionární projevy nemáme ani jinou možnost než volit kompromisně mezi dlouhým a krátkým

oknem, pokud nás zajímá děj jako celek.

2.1.1 Vlastnosti Gaussova okna



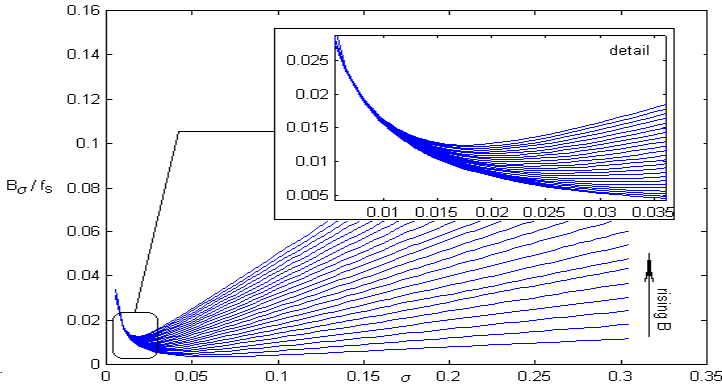
Obr. 2.2 Účinek σ na tvar normalizovaného okna

Pro $\sigma=0.3$ dostáváme průběh, díky patrnému offsetu, velmi připomínající Hammingovo okno. Od $\sigma=0.1$ a nižší se ale okno žádným STFT oknům nepodobá, viz. Randall [4]. Zdá se, že okénko je symetricky doplněno nulami, což je ale jen efekt způsobený silným tlumením. Účinek takové Gaussovy funkce jako STFT okénka se nicméně doplněním nul připodobnit dá. To nás zavádí zpět k příkladu na Obr. 2.1, kde bychom mohli podobné STFT grafy generovat pouze jinak nastaveným rozptylem Gaussova okna. Výhodou by bylo stejné frekvenční rozlišení, protože počet bodů N okna by zůstal stejný.

Z charakteru signálů odvozených od cyklicky pracujících strojů, které jsou nyní oborem našeho zájmu, můžeme říct, že $\hat{x}_T(\omega) * \hat{w}_\sigma(\omega)$ bude více podobna právě $\hat{w}_\sigma(\omega)$. Tento předpoklad bude platným jen do určité velikosti SNR, kdy budeme moci říci, že Fourierova transformace výběru $\hat{x}_T(\omega)$ majoritně obsahuje pouze izolované vrcholy na násobcích základních otáček. Následně bude nejvhodnější stanovovat šíři pásma $\hat{x}_T(\omega) * \hat{w}_\sigma(\omega)$ aproximací Gaussových funkcí, výsledek pak budeme značit B_σ . B_σ je jen další z variant pro odhad šířky pásma. Ostatní metody podle výpočtu šířky pásma operují s integrací, pro tuto speciální aplikaci by to znamenalo až přílišnou komplikaci.

2.1.2 Princip adaptivnosti

Analytické řešení $\hat{x}_T(\omega) * \hat{w}_\sigma(\omega)$ není bohužel možné, intuitivně nicméně tušíme, že musí vykazovat extrém v závislosti na σ . Neznámou zůstává jak stanovit relaci mezi $\sigma_{opt} = f(B)$. Numerické řešení žádnými omezeními integrovatelnosti netrpí, spolehneme se proto na něj. Obr. 2.3 závislosti $B_\sigma(B, \sigma)$ je numerickým důkazem existence minimální (optimální) šířky pásma STFT při použití Gaussova okna, na signálu s šířkou pásma B . Potvrzuje, že úměra mezi délkou okna, zde nepřímo zastoupenou σ , a šířkou pásma výsledného spektra zůstává lineární pokud dominuje vliv velkého přeladění signálu v rámci příliš dlouhého okna. S jeho zkracováním začne závislost vykazovat extrém, po něm nastává rychlý skluz do oblasti velkých šířek pásma, tentokrát ale způsobený převážením dominance vlivu okna samotného.



Obr. 2.3 Souvislost mezi původní šířkou pásma signálu B , σ a výslednou šířkou B_σ

Celkový postup výpočtu, nebo lépe odhadu, optimální σ_{opt} je následující:

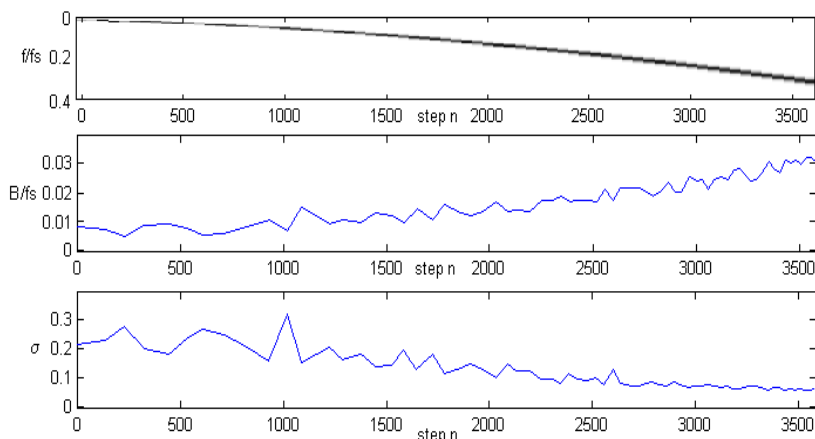
1. S libovolně zvoleným $\sigma(\tau) = \sigma_j$ vypočítáme $S_x(\tau, \omega) = FT\{x_T(t - \tau)w_\sigma(t)\}$
2. Odměříme a dopočítáme odhad šířky pásma B_σ hlavní komponenty $S_x(\tau, \omega)$

3. V $B(B_\sigma, \sigma_j)$ nalezneme odpovídající aproximaci šířky pásma B obrazu $\hat{x}_T(\omega)$
4. K odhadu B z charakteristiky $\sigma_{opt} = f(B)$ odečteme optimální σ .

Přepočítání $S_x(\tau, \omega)$ s optimálním Gaussovým okénkem by měl reciprocce ukázat, že nová hodnota B_σ klesla, a že se velmi blíží predikované $B_\sigma(\sigma_{opt})$.

2.1.3 Rozběhová analýza

Celý čtyřkrokový mechanismus musí být výpočetně natolik pružný, aby bylo možné jej přenést i do reálného nasazení v real-time analýzách rozběhů a podobných jevů. Tam kde by výpočetní výkon nedovoloval opětovný přepočítání optimálního $S_x(\tau, \omega)$, je možné algoritmus modifikovat tak, aby pracoval jednoduše s nahrazením optimální šířky okna hodnotou z minulého kroku $\sigma_{del}(\tau) = \sigma_{opt}(\tau - \Delta t)$. Výsledná náročnost je pak jen o málo vyšší než výpočet klasické STFT, neboť výpočet FFT zůstává pouze jeden, přibudou operace měření šířky pásma B_σ a vyhledávání v tabelovaných hodnotách parametrů B a σ .

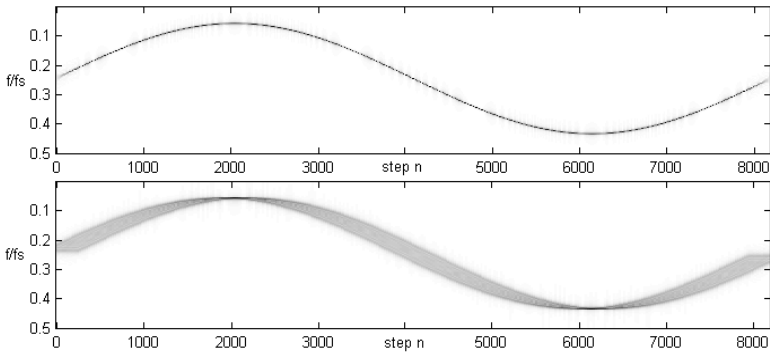


Obr. 2.4 Demonstrace vývoje měření šířky pásma signálu B a okénka σ

Pohled na Obr. 2.4 odpovídá reálnému vývoji průběhu aproximací B a σ na jednoduchém přeladovaném signálu.

2.2 Real-time diskrétní Pseudo-WVD

Nestacionární jevy na točivých strojích nezahrnují pouze rozběhové nebo doběhové děje. V aplikacích online provozním monitoringu se setkáváme s požadavky na přesná měření frekvence a amplitudy časově variujících veličin. Velmi robustní je takové měření proti účinkům aditivního šumu, horší výsledky bychom ale mohli obdržet v přítomnosti další frekvenčně modulované harmonické.



Obr. 2.5 Spektrogram frekvenční modulae sinovou vlnou. a – WVD s frekvenčním rozlišením 256 bodů a časovým kroku 16 vzorků, b – adekvátní STFT s obd. oknem a překrytím 90 procent

Nejen v měření $\omega(t)$ je WVD distribuce vyhovující metodou. Už svými původními aplikacemi - analýzou seismologických dat - WVD naznačuje, že bude zajímavým nástrojem i pro analýzu impulsních jevů, Bradford, Yang, Heaton [19]. Zde opět oceňujeme velké rozlišení, zejména v kontextu s krátkým trváním děje. Omezený počet vzorků, spolu se silnou nestacionárností průběhu, limituje velikost okna STFT, a tím i rozlišení analýzy. K tomuto není WVD náchylná, neboť velikost okna je daná pouze mírou interferencí, s nimiž se můžeme smířit bez toho, aby byla omezena čitelnost výsledného spektrogramu. Záleží na konkrétním případě. Modifikace WVD ve formě některé ze zmiňovaných Cohenových tříd může tento nepříjemný efekt ještě zmírnit, Smutný [38].

2.2.1 Motivace

Přestože se s WVD v signálových analyzátoch nesetkáváme, jde o metodu poskytující ve speciálních případech nesrovnatelně lepší výsledky než bychom byli schopni s různými variantami STFT dosáhnout. Použitelnost na druhou stranu nepřispívá fakt, že spektrogramy produkované WVD mohou být pro odlišný princip kvadratických JTFA metod špatně interpretovány. Abychom zvýraznili tyto specifika budeme naši implementaci WVD srovnávat právě s dobře známou STFT. To je důležité zejména pro děje, u kterým nemůžeme apriori předvídat frekvenční rozložení měřených odezev a interferenční složky by tak mohly být klamně pokládány za pravé. Nejvhodnější srovnávací analýzou je právě STFT, která je principem výpočtu Pseudo-WVD velmi podobná, neboť jádrem obou je FFT. Z toho také plyne, že jednoduše volbou počtu bodů okna a překrytí, resp. posuvu v definici PWVD, můžeme sjednotit základní časově-frekvenční rozlišení obou spektrogramů.

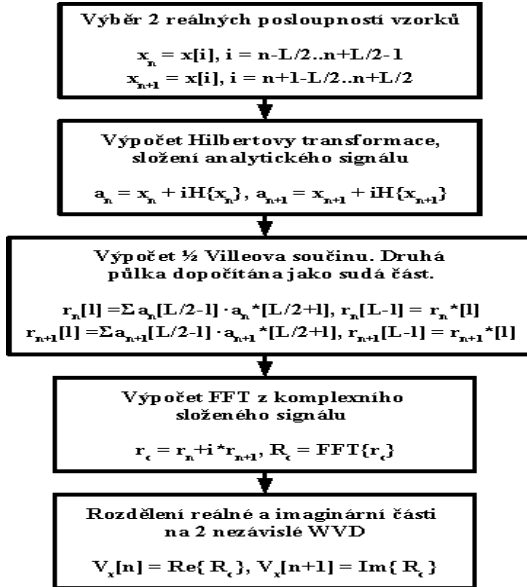
Příbuznost PWVD a STFT nás může navést na modifikaci základního vztahu využívající známých okénkových funkcí (2.1). Ukazuje se, že taková úprava WVD se některými základními vlastnosti velmi blíží právě Cohenovým třídám.

$$V_x[n, k] = \sum_{l=-L/2}^{L/2-1} w[l] x[n+l] x[n-l] e^{-i4\pi k ll/L} \quad (2.1)$$

Stejně jako při výpočtu STFT i zde je aplikace okénka přínosem pro měření amplitud za cenu roztažení spektra ve frekvenci. $w[n]$ v rovnici (2.1), jako variantě JTFA, také způsobuje, že rozmazání se neděje jen v ose frekvence, ale i času.

2.2.2 Optimalizace výpočtu

Níže uvedený algoritmus sice maximálně optimalizuje výpočet diskrétní WVD, nicméně už nerozvádí, jak efektivně předzpracovat signál, abychom zamezili aliasingu. Platí, že pokud by bylo možné provést implementaci Hilbertovy transformace úsporně, pak by varianta s použitím analytického signálu byla výhodnější, neboť zamezuje jak aliasingu, tak omezuje produkty křížové korelace levostranných částí spekter.



Obr. 2.1 Postup výpočtu diskrétní PWVD, optimalizovaný algoritmus

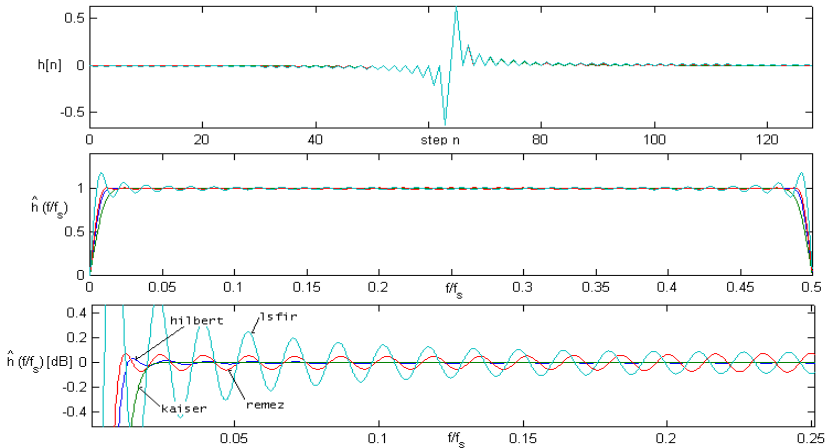
Z existujících definic Hilbertovy transformace nám bude nejužitečnější konvoluční tvar (2.2), který je variantou integrálního popisu transformace, a odvození ve Fourierově obraze pro frekvenční vyjádření (2.3), Boashash, Black [20]. Obě jsou ekvivalentní a navzájem převoditelné.

$$H_x(t) = \frac{1}{\pi} x(t) * \frac{1}{t} \quad (2.2)$$

$$\hat{H}_x(\omega) = -j \cdot \text{sgn}(\omega) \hat{x}(\omega) \quad (2.3)$$

Ze dvou důvodů se omezíme pouze na FIR struktury digitálních filtrů. Impulsní odezva ideální pásmové propusti vychází z funkce $\text{sinc}()$ a je tedy symetrická. Z ní vyjádřený FIR filtr tak může snadno zaručit lineární průběh fáze a tedy konstantní skupinové zpoždění.

Na Obr. 2.6 jsou jak časové (a), tak frekvenční charakteristiky (b), (c) filtrů aproximující ideální Hilbertovu transformaci, Hilbertovy transformátory. Byly použity tři metodiky návrhu.

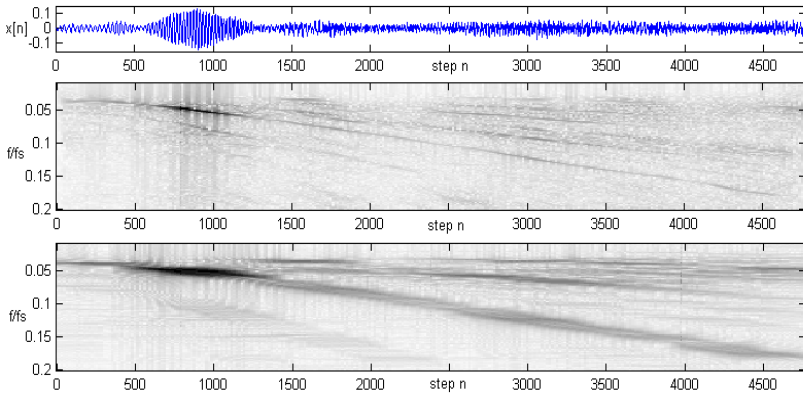


Obr. 2.6 Varianty FIR Hilbertových transformátorů

Implementaci komplexního filtru produkující analytický signál rozdělíme na reálnou a imaginární část. Imaginární je zastoupena Hilbertovým transformátorem – tj. imaginární částí součinu impulsní charakteristiky zvolené aproximace a komplexní exponenciály, reálná je obdobně reálnou částí součinu. Z úvah o ideální pásmové propusti a také z definice ale vyplývá, že reálná část by měla být Diracovým pulsem, nebo by se mu měla alespoň blížit. Toho využijeme a výpočet filtrace v reálné větvi nahradíme přímo $x[n]$. Místo toho musíme ale reálný signál přizpůsobit zpožděním imaginární části, které je výsledkem konvoluce s kauzálním filtrem. To bude práce jednoduché zpoždovací linky s impulsní charakteristikou $\delta[n - GD]$. Takovéto zpoždění bude přesné pokud bude GD celočíselné, což můžeme zaručit.

2.2.3 Vlastnosti

PVWD jsme zkusili aplikovat na oba stěžejní problémy – rozjezdové charakteristiky jako předcházející adaptivní STFT, Obr. 2.7, a nově i na impulsní akustické děje.



Obr. 2.7 Rozjezdové spektrogramy, *a* – časový průběh vzorků, *b* – $V_x[n, k]$, *c* – $P_x[n, k]$

Vidíme, že STFT vykazuje vodorovné proužky, což je právě známka ztráty časového rozlišení pro příliš velké okno. PWVD distribuce tímto ovlivněná není. U PWVD se zhoršuje pouze „čitelnost“ spektrogramu, neboť díky vysoké selektivitě mohou být ostré vrcholy odpovídající lokálním elementárním změnám utopeny ve vysokofrekvenčních produktech interference, jichž v rámci dlouhého okna vznikne více. Volba rozlišení je kompromisní i v případě PVWD, obvykle si ale můžeme dovolit jít s počtem bodů FFT výše než dovoluje STFT.

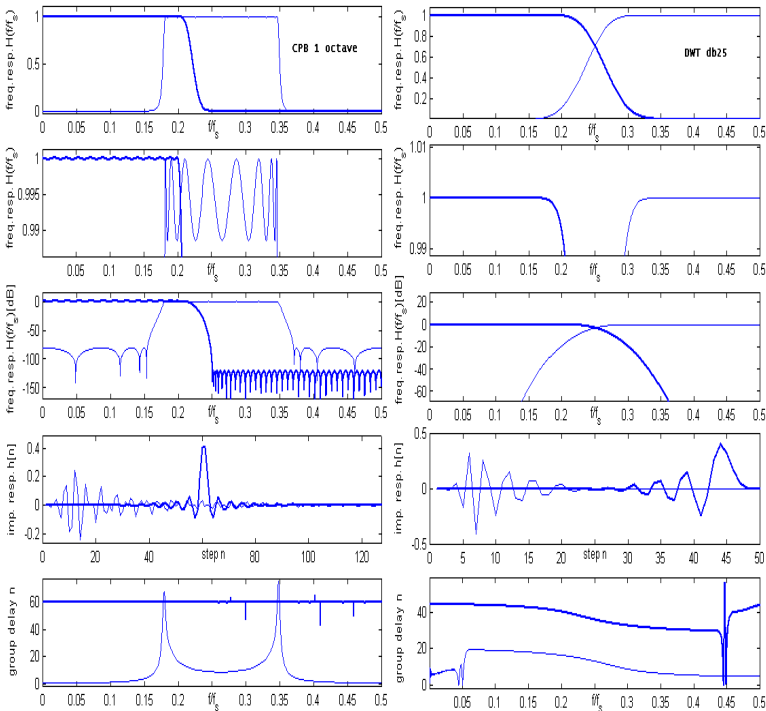
PWVD je citlivější i ve vyjádření časových poměrů. Velmi dobře reaguje na nespojitosti nebo rychlé změny, které se projeví jako ostré svislé proužky. Ostatní hladké svislé pruhy korespondují s hladinou šumu a fázovými poměry. Nutno dodat, že všechny spektrogramy používají logaritmické šedotónové měřítko.

2.3 Real-time diskrétní Wavelet transformace

Opakovaně vzpomínaná podobnost CPB a DWT končí při pohledu na časové a frekvenční charakteristiky. Vše na příkladu oktávových a waveletových filtrů typu Daubechies řádu 25 přehledově shrnuje Obr. 2.8. V každém sloupci jsou obsaženy nezbytné průběhy vystihující všechny podstatné parametry horní propusti $G(z)$ (slabě) a dolní propusti $H(z)$ (silně). Levý sloupec je frekvenční a časovou identifikací CPB filtrů, podle

specifikace definované v Randall [4], s odvoláním na normu ANSI S1.11. Právý sloupec je zmiňovaná DWT.

Odlíšnosti jsou zjevné v obou doménách. Nejnápadnější je neschopnost waveletových filtrů důsledně omezovat aliasing efekt, neboť klesání filtru zastupující dolní propust není dostatečně strmé, jak prezentuje decibelová frekvenční charakteristika. Protože zatím neexistují diskrétní waveletové třídy, které by měly výrazně větší strmost než jak obrázek popisuje, bude aliasing hlavní vlastností maskující čitelnost výsledných skalogramů.



Obr. 2.8 Časově-frekvenční charakteristiky CPB a DWT filtrů

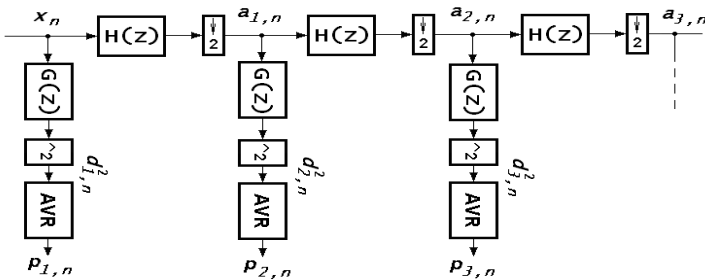
Pozitivním prvkem DWT je krátká impulsní odezva definovaná jen řádem vzorové aproximace vlnky. Padesát koeficientů u vybraného příkladu je navíc horní mezí praktické délky wavelet filtrů. Průběh fázové charakteristiky nemůže být z důvodu nesymetrie impulsní charakteristiky

lineární, proto ani průběh skupinového zpoždění není konstantní. Tato vlastnost není všem třídám nutně vlastní, v tomto ohledu vyniká například skupina Symlet waveletů. Symlety jsou modifikací uváděných Daubechies zesilující důraz na symetrii $g[n]$ a $h[n]$. Absolutní symetrie avšak nedosahují. V případě že symetrie je striktně vyžadována, volili bychom biortogonální wavelety opouštějící na druhou stranu schéma zrcadlové banky filtrů. Reverzní proces u biortogonální třídy waveletů je asymetrický, musí se použít jiná dvojice základních rekonstrukčních filtrů než jaké jsme použili v DWT.

Celkově lze uvedené zobecnit v konstatování, že kladné frekvenční vlastnosti ustoupily u DWT možností časové detekce, což je patrné hlavně při porovnání s nejbližší společnou frekvenční CPB analýzou. V případě CPB je časové rozlišení degradováno nejen dlouhou odezvou filtrů, přičemž alespoň spodní propust se dá efektivně realizovat pomocí FIR, ale hlavně finálním přepočtem signálu z filtrů $G(z)$ na výkon podle

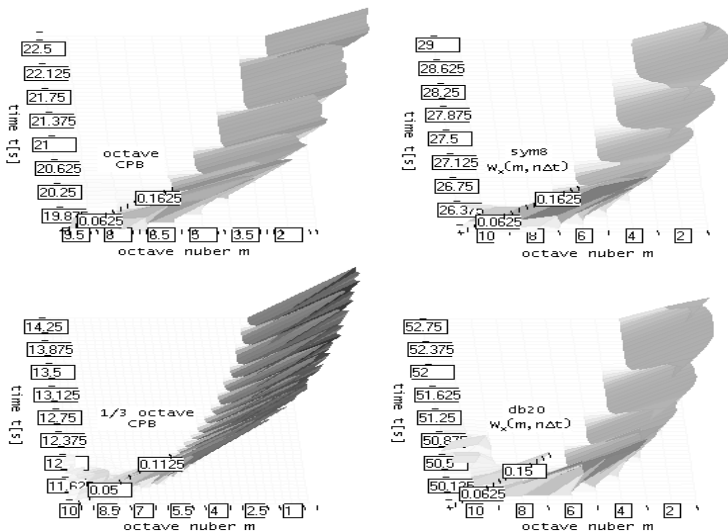
$$P_{T_A} = 1/T_A \int_{t=0}^{T_A} x(t)^2 dt .$$

V praxi je to obvykle průměrovací člen aproximující uvedenou integraci v mezích $\langle 0, T_A \rangle$. Toto průměrování konečně nacházíme i v FFT analyzátoch, přispívá k lepšímu odhadu spekter a výkonů stacionárních signálů. Podobný přístup je obsažen i v dokumentovaných algoritmech pro odhad PSD pomocí waveletů, Cristán, Walden [22], a nebude proti obecnosti, zahrneme-li ho i do schématu navrhovaného DWT. Samozřejmě záleží na charakteru signálu, protože průměrování má v kontextu JFTA smysl jen u stacionárních signálů nebo nestacionárních případů s definovanou dynamikou korespondující s T_A .



Obr. 2.9 Schema navrhovaného DWT analyzátoru

Obrázek vizuálně vrací blokové uspořádání výše popsaného principu DWT a vlastně i CPB pro účely JTFA, značka „ \wedge “ představuje kvadratický člen, „AVR“ průměrovací.



Obr. 2.10 Příklad CPB ve srovnání s DWT

2.3.1 Algoritmus DWT

Teorie nám sjednotila definici wavelet transformace s realizací pomocí digitálních filtrů. To samo o sobě stačí pro naprogramování dostatečně efektivní formy shodné se schematem na Obr. 2.9, kde klíčem k největším úsporám výpočetního času je možnost začlenit decimaci do struktury FIR filtru. Průměrování je běžné realizovat například rekurzivní formou jednopólového filtru typu dolní propust.

Potřebná optimalizace spočívá v harmonizaci chodu výpočtu, každým krokem se totiž mění objem dat nutných zpracovat. Zatímco v lichých krocích počítáme pouze první stupeň, v sudých krocích se k tomu přidává povinnost zpracovat všechny stupně vyšší – v závislosti na tom, jaké mocniny dvou sudý krok dosahuje. Tento výpočetní proces je odvozen přímou interpretací pořadí toku dat na Obr. 2.9, tedy posloupností decimací. Celkový objem dat ke zpracování m stupňů je adekvátní součtu řady

$$N + N/2 + N/2^2 + N/2^3 + \dots + N/2^m = N(2 - 2^{-(m+1)}) \quad (2.4)$$

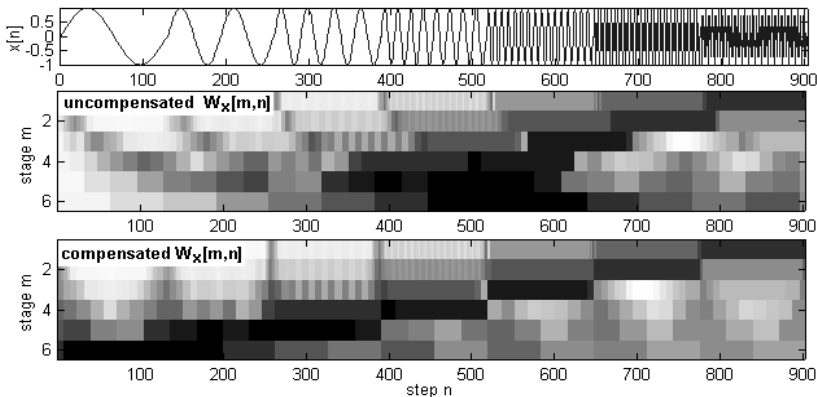
V limitě $m \rightarrow \infty$ je vztah (2.4) jednoduše roven $2N$, což s sebou nese povzbuzující fakt, že k výpočtu kaskádní dyadické struktury a nezávisle na počtu oktáv stačí disponovat výkonem odpovídajícím dvojnásobku výpočtu jednoho stupně. Za předpokladu, že dokážeme výpočetní proces rozložit tak, aby se s každým vzorkem v první úrovni spočítal ještě jeden vzorek z vyšších sekcí, pak jediným omezením bude vzorkovací rychlost a popřípadě paměťové nároky. Tento závěr je ideální pro charakter real-time analýzy, a proto mu podřídíme mechanismus zpracování dat tak, že vzorky v jednotlivých stupních zpozdíme. Jakým způsobem, to nám napovídá Obr. 2.11.

shift 0 →	$d_1[n], d_1[n+1], d_1[n+2], d_1[n+3], d_1[n+4], d_1[n+5], d_1[n+6], d_1[n+7], d_1[n+8], d_1[n+9], \dots$
shift +1 →	$d_2[n], \quad d_2[n+2], \quad d_2[n+4], \quad d_2[n+6], \quad d_2[n+8], \dots$
shift +3 →	$d_3[n], \quad \quad d_3[n+4], \quad \quad d_3[n+8], \dots$
shift +7 →	$d_4[n], \quad \quad \quad d_4[n+8], \dots$
Σ	$d_1[n], d_1[n+1], d_1[n+2], d_1[n+3], d_1[n+4], d_1[n+5], d_1[n+6], d_1[n+7], d_1[n+8], d_1[n+9], \dots$ $d_2[n], d_3[n], \quad d_2[n+2], d_4[n], \quad d_2[n+4], d_3[n+4], d_2[n+6], d_3[n+8], \quad d_2[n+8], d_3[n+8], \dots$

Obr. 2.11 Způsob harmonizace chodu výpočtu dyadické DWT

2.3.2 Kompenzace skupinového zpoždění

Celkové skupinové zpoždění na úrovni m je součtem několika příspěvků. Vzato od konce je to již zmiňovaný posuv zanesený real-time modifikací DWT (Obr. 2.11). Za druhé zpoždění $H(z)$ filtru, GD_h . Za třetí složené zpoždění přímé větve kombinující kaskádu $G(z)$ filtrů, jejich GD_g , a decimace (Obr. 2.9).



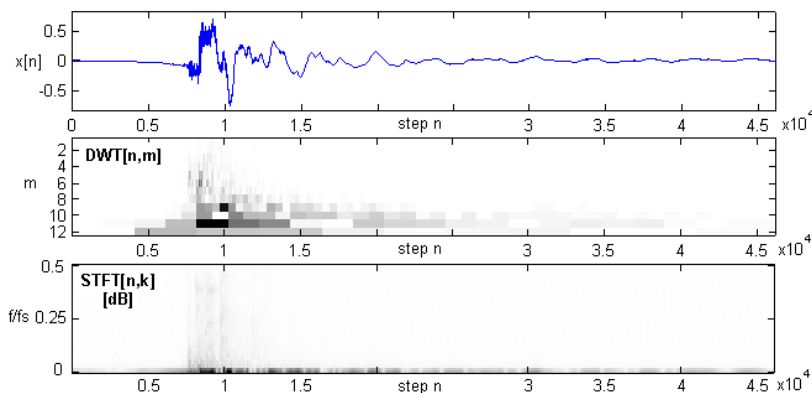
Obr. 2.12. DWT bez kompenzace a s časovou kompenzací skupinového zpoždění

Komplikace spojené s časovou kompenzací GD jsou dvojího druhu. S řádem WVD roste i maximální zpoždění nejvyššího stupně, pro $M=12$ se „sym8“ filtry je to již například téměř 70 tisíc vzorků. V závislosti na vzorkovací frekvenci bude o tuto dobu opožděna odezva celé analýzy. Stanovení správné celkové GD pro tyto vysoké řády je proto velmi citlivé na přesnost určujících GD_h a GD_g . Tyto partikulární GD jsou navíc závislé na reálné frekvenci vstupního signálu, kterou apriori neznáme. Spokojujeme se proto s odhady. Případnou chybu v kompenzaci ale do značné míry zmírňuje fakt, že možnost časové lokalizace je omezena také samotnou wavelet funkcí, jenž pro vysoká m délkou impulsní charakteristiky také shodně extrémně narůstá.

2.3.3 Příklady aplikace

Nedostatečná časová selektivita STFT je ve srovnání s DWT skalogramy o to víc patrná. DWT skalogramy se naopak ukazují jako ideální nástroj pro takové aplikace, neboť se velmi pozitivně projeví i dyadické frekvenční dělení, které je akustickým projevům vlastní. Na Obr. 2.13 je jasné, že pokud je největší výkon koncentrován na nejnižších frekvencích, nemáme ve spektrogramu, v rámci celé frekvenční šíře, možnost tyto nízkofrekvenční projevy detailněji rozlišit.

Podobných výsledků lze dosáhnout i s filtry navrženými podle specifikace CPB analýzy. Frekvenční selektivita filtrů je u CPB výrazně větší, navíc si můžeme obvykle zvolit trojnásobné nebo dvanásobné frekvenční rozlišení, než jaké má oktávová verze. Naproti tomu klesá ale časové rozlišení, které se podřizuje nárokům na dovolenou míru aliasingu. Výstupní průměrovací filtr bychom pro tyto případy úplně vyřadili nebo nastavili na minimum.



Obr. 2.13 Dyadická wavelet a FFT a analýza impulsních hluků

2.4 Wigner-Ville série

Vraťme se v úvahách k Wigner-Ville distribuci, k její největší nevýhodě - křížovým interferenčním produktům. Naši motivací je tyto projevy eliminovat. Cohenovy třídy nejsou z důvodu principiálního rozmazání JTFA obrazu ideálním prostředkem, zavedená Pseudo-WVD zase nekompensuje křížové korelační interference dostatečně. Východiskem, je teorie Wigner-Ville sérií. Částečný princip je obsažen v Narasimhan, Nayak [43], zobecněná teorie JTFA sérií založena na Gaborově rozvoji v Qian, Chen [3], odkud také čerpáme terminologii. Sériemi máme na mysli systém několika WVD které teprve složením aproximují celkový spektrogram. Tato úvaha je východiskem odvození mechanismu zlepšení WVD obrazu, ale můžeme ji využít i obráceně – pro vylepšení JTFA obrazu lineárních metod. Obojí v této kapitole popořadě

předvedeme.

2.4.1 Časové a frekvenční řezy jako WVD série

Dekompozice signálu na sérii časových záznamů byla v souvislosti s Wigner-Ville distribucí odvozena jako Pseudo-WVD. Postup zcela kopíruje princip posuvného okna u STFT, avšak účelem není přiřadit frekvenční analýze časovou značku, ale pouze omezit délku signálu. Omezení je nevyhnutelné jak z důvodu praktických, daných omezeným výpočetním potenciálem, tak pro zabránění vzniku interferencí mezi časově vzdálenějšími komponentami. PWVD splňuje kritéria pro Wigner-Ville sérii, neboť celkový obraz skládáme jako superpozici jednotlivých posuvů okna. Definiční (2.1) lze interpretovat také jako (2.5), kde

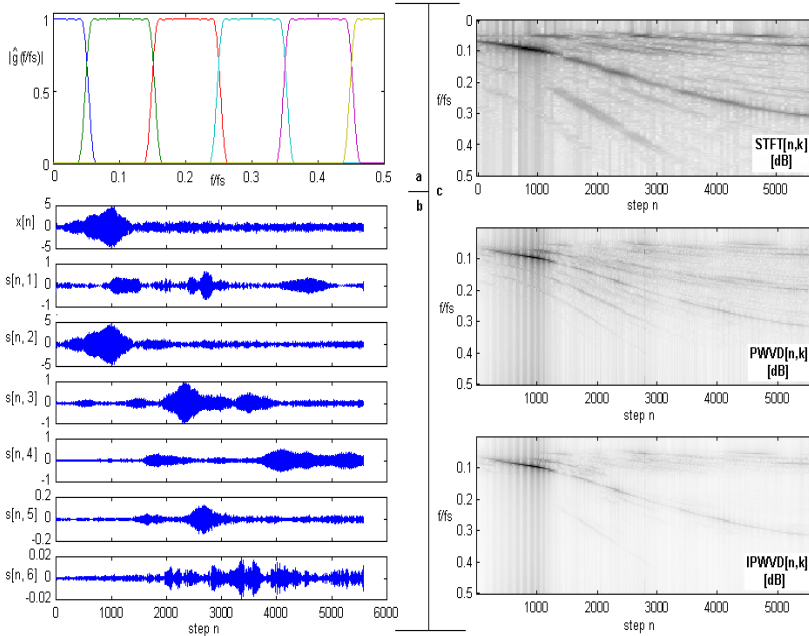
$$x_n[i] = \sum_{i=-L/2}^{L/2-1} x[n+i].$$

$$V_x[n, k] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} V_{x_n}[k] \quad (2.5)$$

Důkaz omezení interference časovou dekompozicí jsme podali formou porovnání. Omezení křížových produktů bude tím významnější, čím bude délka okna L kratší. Bohužel L definuje přímo i počet bodů Fourierovy transformace Villeova součinu ve WVD. Míra „horizontálních“ interferencí po sobě následujících elementárních jevů je tedy protívahou zvyšování frekvenčního rozlišení WVD.

Zamezení „vertikálních“ interferencí mezi frekvenčně odsazenými komponentami dosáhneme analogicky frekvenční dekompozicí signálu. Analyzující banka filtrů je nejlepším přístupem jak toho dosáhnout. Modelem banky filtrů nám bude systém paralelně pracujících pásmových propustí $G_p(z)$, kde $s_{p,n} = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} x[n]g_p[n-i]$ představuje odezvu filtru pořadí p .

$$V_x[n, k] = \sum_{p=1}^P V_{s_{p,n}}[n, k] \quad (2.6)$$

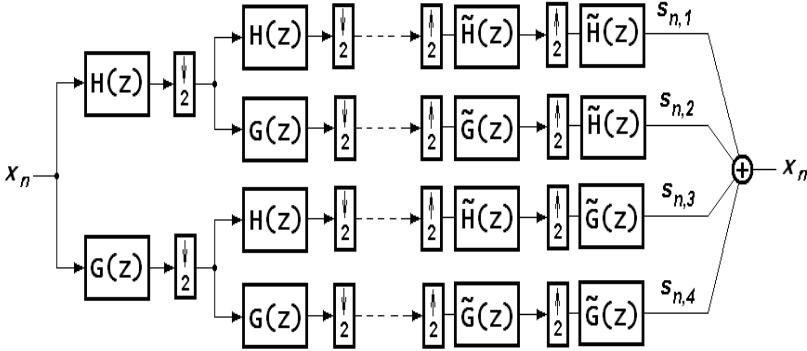


Obr. 2.14 a – Frekvenční charakteristika lineární banky filtrů, b – dekompozice signálu bankou filtrů, c – srovnání spektrogramů podle STFT, PWVD a IPWVD

Protože se v příkladu jednalo o rozběh, použili jsme lineární banku filtrů. V tomto případě se jedná o filtry navržené jednoduše pomocí okna Kaiser. Obdobně lineární dekompozice je možné dosáhnout i s pomocí wavelet paketového rozkladu. Výsledkem by byla sada koeficientů v počtu redukováném úměrně počtu úrovní. Interpretovat posloupnost $d[n, m, k]$ přímo jako odezvu digitálního filtru, jako jsme to dovolili u DWT s výpočtem okamžitého výkonu $p[n, m]$, by nebylo správné. Abychom se dostali na $s[n, p]$, musíme použít rekonstrukční postup. Vycházejí z $d[n, m, k]$ aplikujeme inverzní sadu filtrů a zrcadlově s použitím součtů a interpolací provedeme wavelet syntézu. Inverzní wavelet transformace pro ortogonální WPT je definovaná obdobně jako tomu bylo u jednoduché DWT, pro zvolený stupeň m platí

$$x[n] = \sum_{k=1}^{2^m} \sum_n \langle x, \psi_{n,m,k} \rangle \psi_{n,m,k} \quad (2.7)$$

Ve schématu jsme si dovolili vynechat součtové členy, místo toho jsou přenosové cesty rekonstrukce jednotlivých pořadí p (respektive k podle (2.7)) vyjádřené samostatně. Pořadí dekompozice tak odpovídají $s[n, p]$ jak jsme je definovali výše, $P = 2^m$.



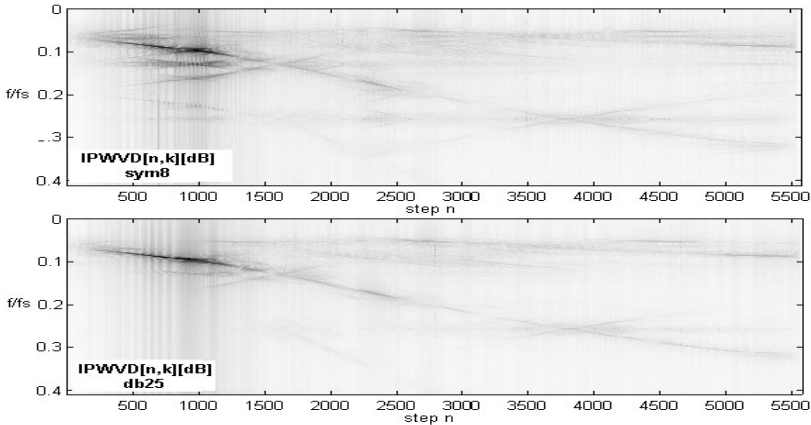
Obr. 2.15 Rekonstrukce wavelet paketového rozkladu

Ortogonalita waveletů zde vystupuje jako velká přednost, i když jsme ji do této doby v systémech analýzy nevyužili. Pouze s ortogonální bankou můžeme dosáhnout perfektní rekonstrukce, což je s obecným rozkladem pomocí half band filtrů, navržených pouze s ohledem na časově-frekvenční parametry, nemožné. Právě uvedené bychom pomocí zavedených symbolů mohli formulovat jako

$$x[n] = \sum_{p=1}^{2^m} s[n, p] \quad (2.8)$$

Součástí (2.8) je i kompenzace skupinového zpoždění, jeho odvození je obdobné postupu. Příklad na dalším Obr. (2.16) dokazuje, že jsme na stejném signálu opravdu dosáhli podobného efektu jako na příkladu (2.14). Bohužel je zjevné, že rekonstruované komponenty $s[n, p]$ s sebou nesou i značný podíl alias signálu projevující se jako křížová fantomová složka. Záleží na třídě waveletů, ale obecně bude alias podíl přítomen vždy. Aliasing produkty dekompozice jsou eliminovány právě až v součtových

členech, které jsme v naší formě rekonstrukce nuceně vynechali.



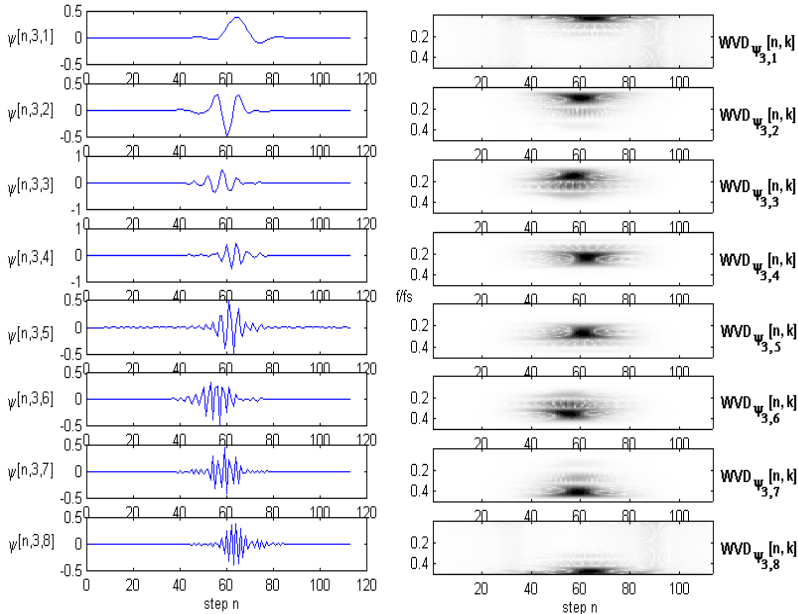
Obr. 2.16 Vylepšená PWVD v kombinaci s WPT „sym8“ a WPT „db25“

2.4.2 Vylepšení JTFA obrazu

IPWVD s použitím DWT nebo WPT je možným přístupem výpočtu JTFA, pokud potřebujeme výsledek srovnávat s jinými spektrogramy získanými například pomocí STFT. Na obou stranách pak stojí vzájemně souměřitelná lineární spektra. Pokud se potřebujeme zaměřit pouze na jistou frekvenční oblast, je možné takto vyšetřovat pouze vybranou $WVD_{s_p}[n, k]$ a nikoli součet celé série. Tato možnost, jak výsledky waveletové transformace přiblížit standardizovaným spektrogramům, není nicméně nijak snadná a ani rychlá.

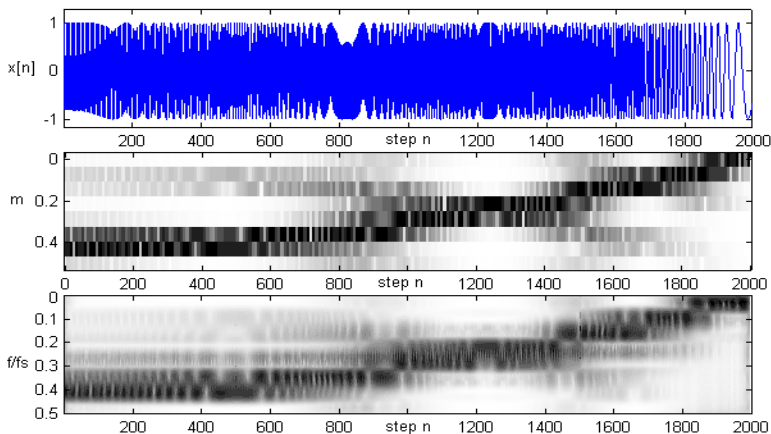
Vydeme z teorie WVD sérií, s tím rozdílem, že časovou dekompozici neomezíme délkou okna, ale absolutně – základním rozlišením dekompozice v dané úrovni. Každý koeficient wavelet transformace budeme nahrazovat reálným JTFA obrazem příslušejícího analytického waveletu. Matematický zápis (2.9) myšlenku formuluje jasně a přehledně. Jednoduše jde o aplikaci Wigner-Ville distribuce na obou stranách rovnice (2.7). $WVD_{\psi_{m,k}}[l, k]$ je Wigner-Ville distribuce waveletu na úrovni m a pořadí k . Analogicky by se odvodil i pro dyadickou DWT.

$$WVD_x[n, k] = \sum_{k=1}^{2^m} \sum_n d_{m,k}[n] WVD_{\psi_{m,k}}[l+n, k] \quad (2.9)$$



Obr. 2.17 WVD obrazy waveletů „db12“ pro WPT na úrovni 3

Svým pojetím by se kapitola hodila i do pasáže věnované obecně diskrétní wavelet transformaci, zde ale navazuje a zapadá do obecnějšího principu WVD sérii, Zou, Chen [28]. Opustíme ale termín vylepšená WVD, neboť imaginární role WVD a Wavelet transformace se zde obrací. Nyní je WVD nástrojem pro vylepšení původního DWT obrazu. Postup výpočtu s uvedeným přímo souvisí. Prvním krokem je vytvoření vzorníku WVD všech variant waveletů vystupujících na výstupu wavelet transformace. Tyto elementární WVD série zobrazují skutečné časově-frekvenční atributy použité třídy waveletu.



Obr. 2.18 Vylepšení obrazu WPT pomocí WVD

2.4.3 Použitelnost

Přínos, potenciálně vyplývající z perfektní rekonstrukce DWT, celkově nevyvažuje vystupující negativní vlastnosti wavelet dekompozice. Z tohoto úhlu šlo spíše o demonstraci možností. V aplikacích, ve kterých je obsažen velký podíl šumu, bychom ale mohli mezi analytickou a syntetizující wavelet banku filtrů zařadit nelineární prahovací blok penalizující nízké hodnoty koeficientů. Takto se totiž realizuje jednoduchá forma filtrace šumu, ve které jsou algoritmy wavelet transformace velmi úspěšné, Baraniuk [17]. Výsledný spektrogram by proto měl mít malý bias, díky čemuž budou slabé komponenty dobře vyjádřené. Pokud tedy potřebujeme JTFA analýzu kombinovat s potlačením šumu, pak metodikou wavelet dekompozice vyřešíme dva požadavky naráz. V našich aplikacích jsou to rozběhové děje, u kterých bychom mohli nad takovým postupem uvažovat.

Co se týče kvality podání spektrogramu, zůstáváme při rozběhových dějích u modelu paralelně pracujících pásmových filtrů. Dosud nevyčtenou výhodou je u nich možnost jednoduchého výpočtu pomocí FIR filtru navrženého metodou oken přinášející konstantní skupinové zpoždění. Velice pružně lze měnit počet filtrů i charakteristiku, přičemž nižší strmost není překážkou, neboť pomůže zamezit ztrátě

informace na frekvenčních mezipásmech navazujících filtrů. Jisté překrytí pásem je dokonce účelné, principem se podobá překrytí okének u STFT. Z typických frekvenčních okének je možné pro návrh filtrů možné použít jakékoli, pro dosažení dostatečně ploché charakteristiky propustného pásma jsme sáhli po parametrickém okně Kaiser.

3 Závěr

Ne všechny navržené varianty JTFa metod se daly zahrnout do sjednocující aplikace nazývané JTFAToolbox. Z jmenovaných jsou vynechány analýzy vyšších řádů, Cohenovy třídy, Wigner-Ville série. U některých jsme narazily na nekompatibilitu s výpočetní architekturou programu optimalizovanou pro kontinuální zpracování dat, u jiných prostě jen na výpočetní náročnost.

Příklady rozjezdových charakteristik je ukázáno několik. STFT je na tomto poli velmi úspěšná, nicméně se setkáváme s rozjezdy kde brzy narážíme na její rozmazání resp. fixní časové rozlišení. Cíleně proto byla vyprojektována metodika adaptivního Gaussova okénka, kterou můžeme doporučit jako nejdostupnějšího kandidáta náhrady STFT. Jako více novátorský přístup pak byla odvozena zobecněná teorie sérií Wigner-Ville distribucí. Ve variantě frekvenčních řezů je odpovědí na velmi rychlé přeladované signály. Pro vyhodnocení IPWVD spektrogramů je nutná ale jistá erudice uživatele, neboť i přes předzpracovatelský časově-frekvenční systém zůstávají ve výsledcích produkty křížových interferencí znesnadňující jejich čtení. Pokud nárokům na míru interferencí předradíme požadavek real-time analýzy, pak je k dispozici jednodušší varianta PWVD obsažená spolu s adaptivní Gaussovo STFT v systému JTFAToolbox.

Variace WVD byly testovány i na účinnost dekompozice impulsních jevů. Pokud jako referenční použijeme opět STFT, pak je i jednoduchá PWVD minimálně stejně dobrou metodou. Protože byl ale záběr rozšířen i na metody založené na digitální filtraci, ukázalo se, že nárokům impulsních hluků mnohem lépe vyhovují varianty diskretních wavelet transformací a s nimi související CPB, Sellaerbeck, Stanley, Young [31], Genuit [27], Tang [39]. Výhodou je velké časové rozlišení logicky stupňované úměrně s efektivní frekvenční šířkou pásma. Nejvíce vyniká oktávová DWT a oktávová nebo třetinooktávová CPB. Snadné vyhodnocení skalogramů je dáno minimálním počtem výstupních koeficientů analýz

zřehledňujících čtení nebo případnou automatickou kvalifikaci. Pro srovnávací analýzu spektrogramů a skalogramů je doporučeno kombinovat DWT s WVD distribucí tak, jak to bylo odvozeno v Kap. 5.4.2. DWT a CPB jsou k dispozici i v JTFAToolboxu, ikdyž real-time provedení těchto analýz není pro tak krátké děje úplnou nutností.

JTFAToolbox je ve finále jakýmsi kompendiem real-time časově-frekvenčních analýz. Jednotlivé nástroje byly do programu přidávány simultánně s programováním funkcí JTFA analýzy pro Matlab, kde byly odladěny detaily algoritmů. Vlastní rozšíření palety nástrojů programu je snadnou operací díky použití objektového programování a aplikovanému principu dědění. Vyvážilo se tak větší pracovní úsilí na začátku, kdy jsme vymýšleli a realizovali celou základní architekturu. Jeho největší výhodou je modulárnost dovolující neomezené doplňování o další komponenty. Modulárnost je potenciál robustní základní architektury, díky které bylo možno na této kostře vystavět kompletní měřicí systém od vzorkování až po vizualizaci a uložení. Univerzálnost systému potvrzují i praktické zkušenosti s jeho nasazením jako prototypem automatického testeru akustických vlastností realizovaný ve spolupráci s firmou JabloCom.s.r.o.

Ne všechny vytipované analýzy jsou zcela nové, naše realizace diskrétní wavelet transformace a Pseudo Wigner-Ville distribuce jsou inspirovány již existujícími pracemi, Boashash, Black [20], které tyto metody algoritmicky rozpracovávají i do real-time provedení. S odkazem na provedenou rešeršní práci můžeme tvrdit, že jako inovativní a autorské lze předkládat varianty JTFA Wigner-Ville sérii a zejména adaptivní Gaussova STFT, pracující bez tacho signálů.

V žádné referenční práci nebyly také publikovány postupy kompenzace skupinového zpoždění u analýz založených na multirezolučních digitálních filtrech. Pro nižší stupně se chyba způsobená různým zpožděním neprojevuje příliš silně, ale u vyšších řádů, nebo s malým počtem vzorků je její kompenzace naprosto zásadní. Pro offline analýzu je možné použít nekauzálních filtrů, v online implementaci jsme problém řešili doplňkovým systémem zpožďovacích linek.

Seznam použité literatury

- [1] Davídek, V.; Laipert, M.; Vlček, M., Analogové a číslicové filtry, , Nakladatelství ČVUT, 80-01-03026-1, 2006, Praha
- [2] Strang, G.; Nguyen, T., Wavelets and Filter Banks, , Wellesley-Cambridge Press, , 1996, Boston, USA
- [3] Qian, S.; Chen, D., Joint time-frequency analysis: methods and applications, , Prentice Hall PTR, 0-13-254384-2, 1996, New Jersey, USA
- [4] Randall, R.B., Frequency analysis, , Brüel & Kjær, 87 87355 14 0, 1977, Nærum, Dánsko
- [11] Smith, S.W., Digital signal processing, , California technical publishing, , 1999, Saint Diego, USA
- [12] Uhlíř, J.; Sovka, P., Číslicové zpracování signálů, , ČVUT, , 2002, Praha
- [13] Tůma, J., Zpracování signálů z mechanických systémů užitím FFT, , Sdělovací technika, , 1997, Praha
- [15] Cohen, L., Time frequency analysis, , Prentice Hall PTR, , 1994,
- [17] Baraniuk, R.G., Nonlinear Wigner-Ville spectrum estimation using wavelet soft-thresholding, , Rice University, , 1995, Houston, USA
- [19] Bradford, S.C.; Yang, J.; Heaton, T., Variations in the dynamic properties of structures: The wigner-ville distribution, , , 2005,
- [20] Boashash, B.; Black, P.J., An Efficient Real-Time Implementation of the Wigner-Ville Distribution, ASSP, IEEE, , 1987,
- [22] Cristán, A.C.; Walden, A.T., Wavelet Packet Thresholding and Spectrum Estimation, , Joint statistical meetings, , 2001, Atlanta, USA
- [27] Genuit, K., Noise when closing doors of vehicles, , Integrated Vehicle Acoustics and Comfort, , 2001, Graz, Rakousko
- [28] Zou, J.; Chen, J., A comparative study on time-frequency feature of cracked rotor by Wigner-Ville distribution and wavelet transform, Journal of Sound and Vibration, Academic Press, , 2003,
- [31] Sellerbeck, P.; Stanley, R.; Young, S., Binaural Transfer Path Analysis and Simulation for Door Opening/Closure Sound Improvement, , Inter noise 2004, , 2004, Praha
- [38] Smutný, J., Measurement and analysis of dynamic and acoustic parameters of rail fastening, NDT&E International, Elsevier, , 2004,
- [39] Tang, S.K., On the Time-Frequency Analysis of Signals that Decay Exponentially with Time, Journal of Sound and Vibration, Academic Press, , 2000,
- [43] Narasimhan, S.V.; Nayak, M.B., Improved Wigner-Ville distribution

performance by signal decomposition and modified group delay, Signal Processing, Elsevier, , 2003,

Seznam publikací

- Mareš, J.; Jaksch, I.: CPB analyzer design using signal processor. In: 6th International Workshop on Electronics, Control, Measurement and Signals „ECMS 2003“, Technická Universita Liberec, 2003
- Mareš, J.: Srovnání výpočtu wavelet a CPB analýzy, In: Technická diagnostika strojů a výrobních zařízení "DIAGO 2004". Technická Univerzita Ostrava, 2004, ISBN 80-248-0465-4
- Mareš, J.; Pavelka, M.: Stanovení akustické kvality metodou RASTI, In: Technická diagnostika strojů a výrobních zařízení "DIAGO 2004". Technická Univerzita Ostrava, 2004, ISBN 80-248-0465-4
- Mareš, J.: Přednáška The Light Discharge Modeling, In: Work Group meeting of the cost Action 529, "Efficient Lighting for the 21st Century", Technical University of Liberec, 2004
- Richter, A.; Mareš J.; Koprnický J.: Conductance model of discharge lamps, parameter verification and identification for modelling of electric circuits in light-nets, „Light Sources“, Toulouse, 2004, ISBN 0-7503-1007-3